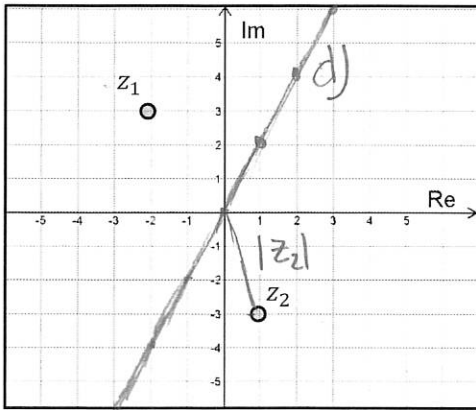


Namn: FACIT

Liten diagnos om komplexa tal 1 – version 3

Uppgift 1 – 3 är tänkta att lösas utan miniräknare

1. I figuren nedan visas ett komplext talplan med talen z_1 och z_2 markerade



a) Skriv z_1 på formen $a + bi$ $z_1 = -2 + 3i$

b) Beräkna $\bar{z}_2 + i$ och svara på formen $a + bi$ $\bar{z}_2 = 1 + 3i$
 $\bar{z}_2 + i = 1 + 3i + i = 1 + 4i$

c) Beräkna $|z_2|$. Svara exakt!
 $|z_2| = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

d) Markera ett valfritt tal, z , för vilket det gäller att $Im(z) = 2 \cdot Re(z)$ och märk ditt tal med d)

" $y = 2 \cdot x$ "

2. För de två talen z_1 och z_2 gäller:

$z_1 \cdot z_2 = 5 + 5i$

$z_1 = 2 + i$

Bestäm z_2 på formen $a + bi$

$$z_2 = \frac{5 + 5i}{2 + i} = \left[\begin{array}{l} \text{Förläng med} \\ (2 - i) \end{array} \right] = \frac{(5 + 5i)(2 - i)}{(2 + i)(2 - i)} = \frac{10 - 5i + 10i - 5i^2}{4 + 1} = \frac{10 - 5i + 10i - 5(-1)}{5} = \frac{15 + 5i}{5}$$

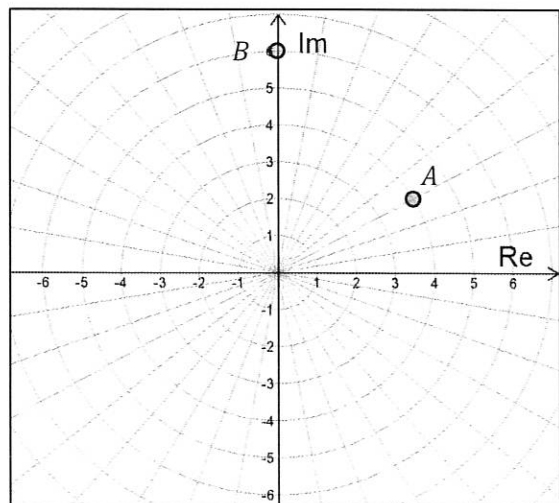
3. Figuren till höger visar ett komplext talplan med heltalscirklar och vinkelsegment med 10° mellan.

I talplanet är de två talen A och B markerade.

a) Ange $arg(A)$
 "Vinkeln till A" = 30°

b) Beräkna $arg(A \cdot B)$
 "Lägg ihop $arg A$ och $arg B$ "
 $30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$

c) Beräkna $\left| \frac{B}{A} \right|$

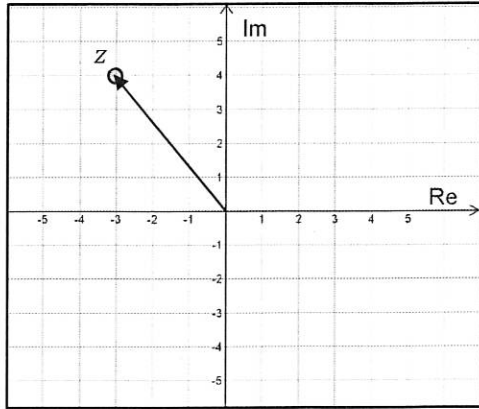


$$\left| \frac{B}{A} \right| = \frac{|B|}{|A|} = \frac{6}{4} = 1,5$$

Uppgift 4 och 5 finns på baksidan

Uppgift 4 – 5 är tänkta att lösas **med miniräknare** som hjälpmedel

4. Figuren nedan visar ett komplext talplan med talet z markerat.



*Med räknarens funkt. "Polar"
 $-3 + 4i \rightarrow 5 e^{i(126,86^\circ)}$
 dvs $(5; 126,86^\circ)$

*"Manuellt" via trigonometri och Pyth. sats.

$$|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$



$$v = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53,13^\circ$$

$$\arg z = 180 - 53,13 = 126,86^\circ$$

a) Ange talet z på polär form

b) Avgör om följande två påståenden är sanna eller falska. **Kort motivering** krävs!

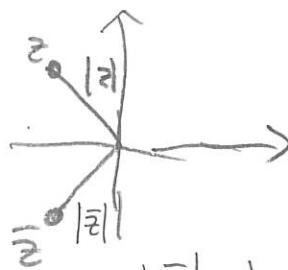
1) $\operatorname{Im}(\bar{z}) = \operatorname{Im}(z)$

$$\operatorname{Im} z = 4$$

$$\operatorname{Im} \bar{z} = -4$$

\Rightarrow Falskt.

2) $|\bar{z}| = |z|$



$|\bar{z}|$ = Avståndet mellan origo och konjugatet

$|z|$ = Avståndet mellan origo och talet

$|\bar{z}| = |z| \Rightarrow$ Sant (samma avstånd, men olika vinklar)

5. Vad blir $\left(2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)\right)^5$?

Svara exakt på formen $a + bi$

Börja med att skriva om $2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$ till polär form med hjälp av formelbladets tabell:

$(2, 30^\circ)$. Utför därefter upphöjningen,

$$(2, 30^\circ)^5 = (32, 150^\circ)$$

och gå sedan tillbaka till $a + bi$ med samma tabell:

$$(32, 150^\circ) = 32(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ) = 32\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$$